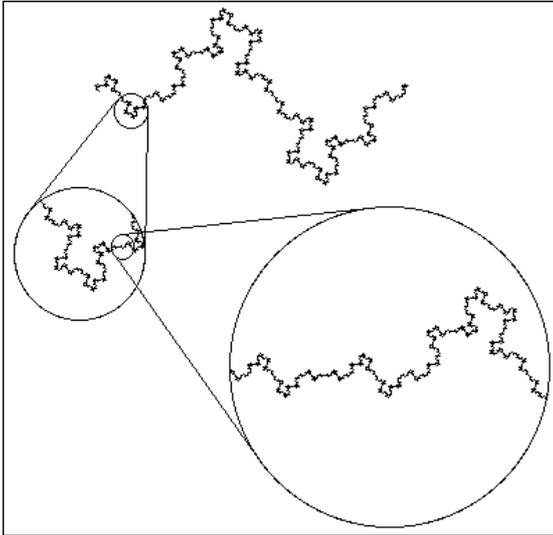
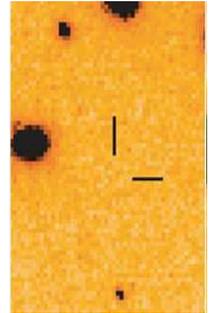


Dans la nature, il y a des échelles



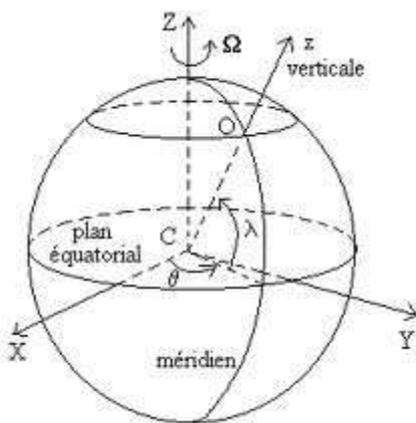
- Macroscopiques – domaine cosmologique
- Microscopiques – domaine quantique
- Intermédiaires - à notre échelle – domaine classique

Ce constat, en général tacite, conditionne le choix des coordonnées : elles dépendent de la résolution (d'échelle).



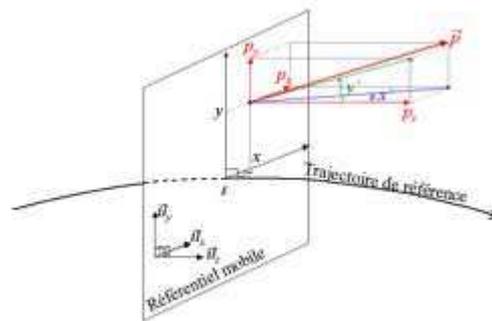
La théorie de la RE consiste à appliquer le principe de relativité aux transformations d'échelle (en particulier aux transformations des résolutions spatio-temporelles)

Rappel : dans la formulation d'Einstein, **le principe de relativité implique que les lois de la nature soient valides dans tous les systèmes de coordonnées, quel que soit leur état.**



Ce principe est appliqué, depuis Galilée, en ce qui concerne l'état de **position** (origine et orientation des axes) et de **mouvement** (vitesse et accélération).

L'état d'un système de référence est toujours **relatif** à un autre.



Il en est de même pour les changements d'échelle : **l'échelle d'un système ne peut être définie que par un autre système** (même en ce qui concerne les échelles de Planck et cosmologique, l'horizon des échelles ; idem avec c pour les lois du mouvement).

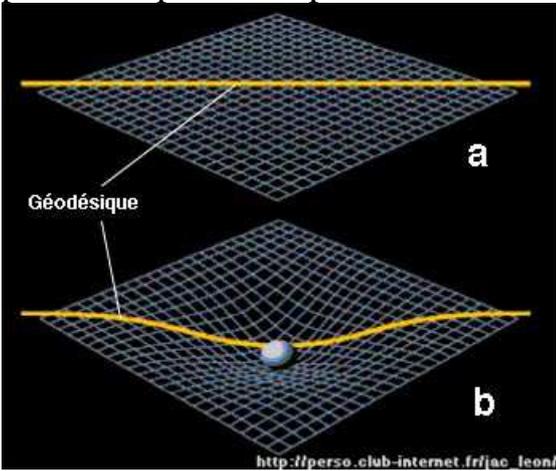
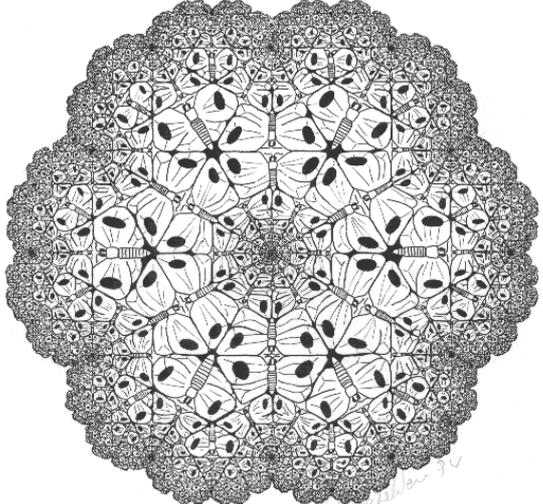
Le concept d'échelle possède donc la propriété fondamentale de relativité.

Relativité classique	Relativité d'échelle
Les résolutions sont une propriété de l'appareil de mesure et/ou du système mesuré	Les résolutions sont une propriété intrinsèque de l'espace-temps, caractérisant son état d'échelle (comme les vitesses caractérisent son état de mouvement)

Le principe de relativité d'échelle demande que les lois fondamentales de la nature s'appliquent quel que soit l'échelle du système de coordonnées.

Quel intérêt ?

Ce principe s'impose si l'on veut généraliser la **description actuelle de l'espace et du temps.**

Relativité classique	Relativité d'échelle
<p>L'espace-temps est conçu comme différentiable: on peut définir une suite d'évènements par leur position, de là on peut dériver une vitesse, et de la vitesse, une accélération¹.</p> <p>La Relativité générale abandonne la notion d'espace-temps plat de la relativité restreinte au profit d'espaces-temps courbes.</p>  <p>http://perso.club-internet.fr/jac_leon/</p> <p>Les vitesses caractérisent l'état de mouvement du système de coordonnées</p>	<p>La RE se pose en préalable à la description d'un espace-temps non différentiable.</p> <p>La RE abandonne la différentiabilité au profit d'une géométrie fractale. (Benoit Mandelbrot)</p>  <p>Et donc explicitement dépendante des résolutions spatio-temporelles.</p> <p>Les résolutions caractérisent l'état d'échelle du système de coordonnées.</p>

- Une nouvelle généralisation de la relativité qui inclurait dans ses conséquences les effets quantiques est envisageable.

Dynamique d'échelle

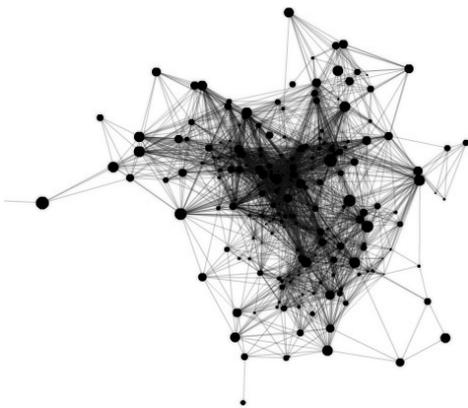
Les « variables d'échelles »

Parallèle entre la considération du temps par Aristote et par Galilée et la considération des échelles par la relativité classique et par la RE

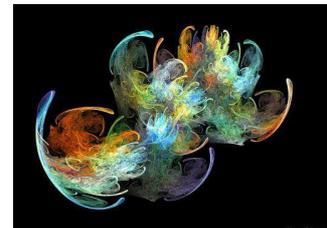
<p><u>Aristote</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • le temps est la mesure du mouvement • il se définit à partir de l'espace et de la vitesse 	<p><u>Relativité classique</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • la dimension fractale est définie à partir de la mesure de l'objet fractal (longueur d'une courbe, aire d'une surface...) et de la résolution.
<p><u>Galilée</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • le temps devient une variable primaire • la vitesse se déduit de l'espace et du temps 	<p><u>Relativité d'échelle</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • la dimension d'échelle devient une variable primaire (traitée sur le même plan que l'espace et le temps) • les résolutions sont définies comme « vitesses d'échelle »

- La dimension d'échelle est donc traitée comme une variable avec un concept nouveau : celui de l'accélération d'échelle. (facteur de vitesse du zoom) : le « djinn » (Laurent Nottale).

On se retrouve alors dans un espace-temps-djinn à cinq dimensions (3 d'espace, 1 de temps, 1 d'échelle).

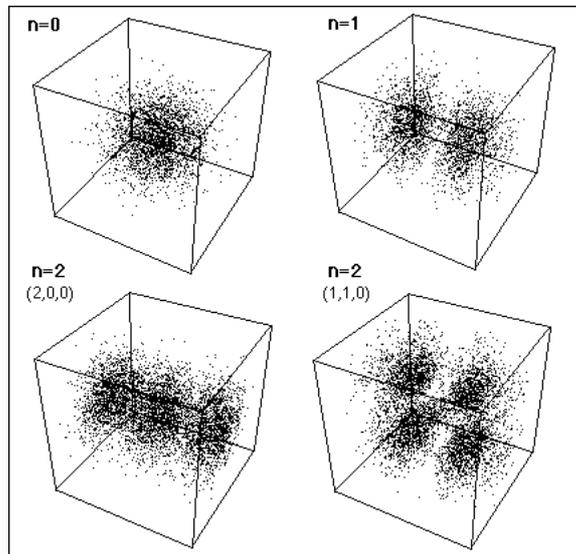


- *Le caractère vectoriel des zooms devient apparent, car les quatre résolutions spatio-temporelles peuvent maintenant se définir à partir des quatre coordonnées d'espace-temps et du djinn.*
- La résolution devient une fonction du djinn

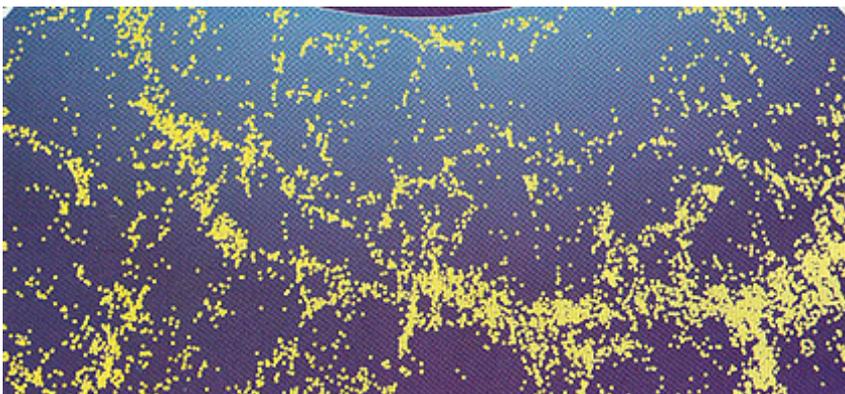


Introduction des notions de

- « **Force d'échelle** », responsable de distorsions
- « **Masse d'échelle** » (par l'application aux lois d'échelle de l'équation de la dynamique de Newtonⁱⁱ). La « masse d'échelle » mesure comment le système résiste à la force d'échelle
- « **Potentiel d'échelle** » (exemple l'oscillateur harmoniqueⁱⁱⁱ)



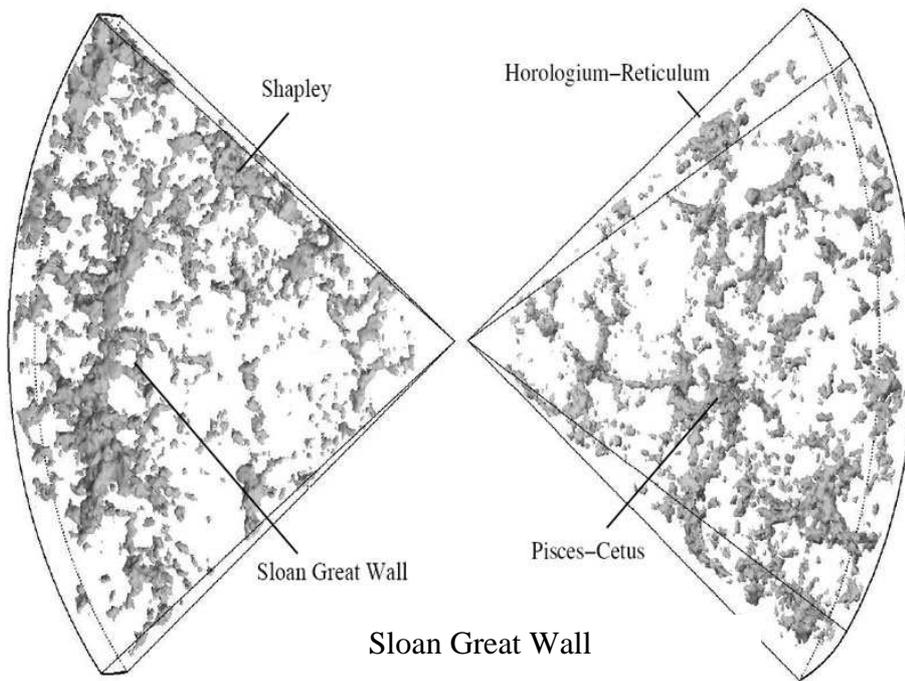
Une version plus complète consistera à traiter sur un même plan mouvement et échelles, et voir ainsi **principe de relativité d'échelle et principe de relativité du mouvement s'unifier en un principe unique.**



Applications

- La théorie de la relativité d'échelle propose un éclairage nouveau sur le confinement des quarks
- Dans le domaine biologique, l'existence d'une échelle maximale où la dimension fractale effective devient infinie comme celle d'une paroi, pourrait fournir des modèles de parois cellulaires par exemple.

- Formation des structures gravitationnelles



La RE a été construite pour traiter des questions de structuration en échelle. On y prend en compte une intervention explicite des échelles d'observation et des échelles caractéristiques des phénomènes étudiés (géométrie fractale), ainsi que des relations entre ces échelles par l'introduction d'un espace des résolutions.

- ✓ Cela induit une dynamique de type quantique plutôt que classique.
- ✓ Une telle dynamique conduit naturellement à une « morphogenèse » car elle est génératrice de structures organisées de manière hiérarchique, en rapport avec les conditions extérieures (formes et conditions aux limites)

- Morphogenèse des systèmes planétaires

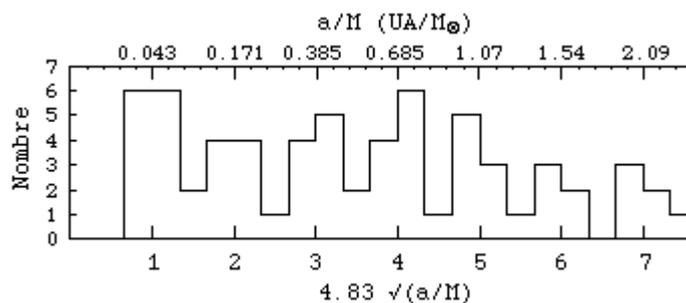
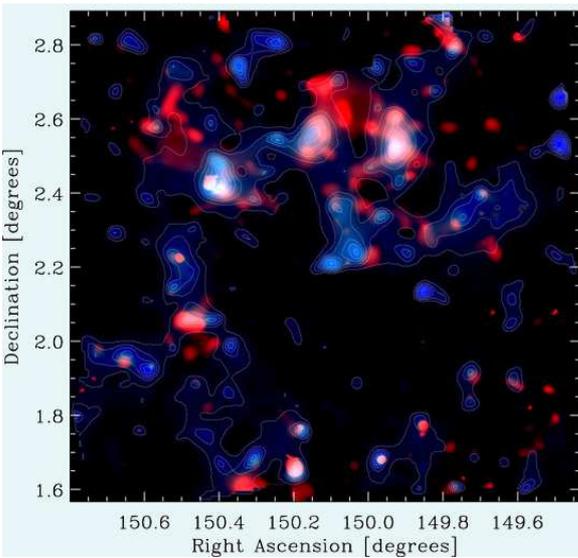


Figure 1: Histogramme de la distribution observée de la variable $\bar{n} = 4.83 (a/M)^{1/2}$ où a désigne le demi-grand axe et M la masse de l'étoile (en unités du Système Solaire, (Unité Astronomique U.A. et masse solaire M_{\odot}), pour les candidats exoplanètes récemment découverts et les planètes de notre système solaire interne. On prévoit théoriquement des pics de probabilité pour les valeurs entières de la variable. La probabilité d'obtenir un tel accord par hasard est inférieure à 4×10^{-5} .

On s'attend en effet à ce que la distribution des demi-grands axes des orbites planétaires montre des pics de probabilité pour des valeurs $a=GM = (n=w_0)^2$, où M est la masse de l'étoile, où $w_0 = 144$ km/s est une constante fondamentale qui a pu être identifiée depuis les échelles planétaires jusqu'aux échelles extragalactiques, et où n est un nombre entier. On prévoit également que les excentricités montrent des pics de probabilité pour des valeurs $e = k/n$, où k est un entier compris entre 0 et $n \square 1$.

Depuis ce sont plus de soixante exoplanètes qui ont été découvertes, dont les distributions statistiques des demi-grands axes (figure 1) et des excentricités montre un accord statistiquement hautement significatif avec les distributions de probabilité attendues.



Relativité d'échelle, nondifférentiabilité et espace-temps fractal *

Laurent Nottale

CNRS UMR 8631, DAEC, Observatoire de Paris-Meudon, F-92195 Meudon Cedex, France; E-mail: laurent.nottale@obspm.fr

Abstract

Après avoir posé le concept de relativité d'échelle, on rappelle comment celui-ci s'impose comme principe premier contraignant la description d'un espace-temps non-différentiable. En effet, l'abandon de la différentiabilité implique, si l'on garde la continuité, une dépendance explicite des coordonnées en fonction des résolutions, autrement dit une géométrie fractale pour l'espace-temps. En conséquence, la description physique peut continuer à se faire avec des équations différentielles, à condition que celles-ci agissent également dans l'espace des échelles. Différents niveaux de descriptions des lois d'échelles physiquement possibles (invariantes puis covariantes d'échelle) sont alors proposés, depuis l'autosimilarité la plus simple jusqu'à des lois d'échelle non linéaires ("dynamique d'échelle"), en incluant les couplages échelle-mouvement qu'on identifie aux transformations de jauge. Nous concluons en rappelant comment les effets induits sur la dynamique par les structures internes nondifférentiables transforment la mécanique classique en une mécanique de type quantique, puis en évoquant quelques exemples d'application de cette approche.

Mots-clés: relativité d'échelle, covariance d'échelle, résolutions spatio-temporelles.

1 Introduction

La théorie de la relativité d'échelle [15] consiste à appliquer le principe de relativité aux transformations d'échelle (en particulier aux transformations des résolutions spatio-temporelles). Dans la formulation d'Einstein [7], le principe de relativité consiste à exiger que les lois de la nature soient valides dans tout système de coordonnées, quel que soit son état. Depuis Galilée, ce principe avait été appliqué aux états de position (origine et orientation des axes) et de

* 26-07-2001. Paru dans le traité IC2: Volume "Lois d'échelle, Fractales et Ondelettes", Vol.2, Chap. 7, sous la direction de. P. Abry, P. Gonçalves et J. Lévy Véhel, (Hermès Lavoisier 2002), p. 233.



ⁱ En termes généraux, la différentiabilité est l'existence d'un développement limité à l'ordre 1 en un point, et la différentielle est la partie d'ordre 1 (donc linéaire) exactement. (Wikipedia)

Le concept de différentielle concerne tout ce qui est exprimé par l'approximation linéaire tangente à une fonction (à 1 ou n variables réelles). ePIphys

ⁱⁱ l'équation de la dynamique de Newton : soit un corps de masse m (constante) : l'accélération subie par ce corps dans un référentiel galiléen est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à sa masse m .

ⁱⁱⁱ Un oscillateur harmonique est un oscillateur dont l'évolution au cours du temps est décrite par une fonction sinusoïdale et dont la fréquence ne dépend que des caractéristiques du système. L'intérêt d'un tel modèle est qu'il décrit l'évolution de n'importe quel système physique au voisinage d'une position d'équilibre stable, ce qui en fait un outil transversal utilisé dans de nombreux domaines : mécanique, électricité et électronique, optique. Dans la pratique, de tels oscillateurs ne sont que des cas idéaux pour lesquels les forces dissipatives (frottement par exemple) sont négligées. Pour que leur amplitude reste constante, il est nécessaire d'entretenir les oscillations en fournissant de l'énergie.

Image : La théorie de la relativité d'échelle permet de poser d'une manière nouvelle le problème de la formation et de l'évolution des structures gravitationnelles. Par exemple, alors que, dans la théorie standard, aucune structure ne peut se former à partir d'un milieu de densité strictement constante (des fluctuations "initiales" sont nécessaires), des structures se forment naturellement dans la nouvelle approche, aux morphologies bien précises données par les divers modes quantifiés d'un oscillateur harmonique tridimensionnel isotrope (voir figure de gauche). Source <http://www.obspm.fr/actual/nouvelle/nottale/pep.html>